



Método de construção de carteira de investimento a partir do coeficiente de variação: um estudo empírico no mercado de ações brasileiro

Construction method of investment portfolio from the coefficient of variation: an empirical study on the brazilian stock market

Marcio Pereira Basílio¹

Ricardo Bordeaux Rego²

Resumo: A pesquisa objetivou testar um método alternativo de construção de carteiras de investimento. Quanto aos fins a pesquisa pode ser classificada como metodológica e quanto aos meios *ex post facto*. A amostra foi coletada no site da BOVESPA. Foram selecionadas informações dos ativos negociados no mercado a vista, que tiveram 100% de participação nos 246 pregões realizados em 2015 e que possuíam número médio negócios/dia maior ou igual a 1000. O resultado da estratificação resultou na seleção de 115 ativos. Foram construídos três tipos de carteiras de investimentos. Após a construção das carteiras realizou-se uma simulação resultando em uma comparação na qual se constatou que em 75% dos cenários as carteiras formadas a partir do coeficiente de variação apresentaram retornos positivos em relação as demais e que em 100% dos cenários os retornos destas carteiras foram superiores ao do IBOVESPA para as condições que vigoraram em 2015.

Palavras-chave: Diversificação; coeficiente de variação; carteiras de ações; mercado de ações.

¹ UFF – Universidade Federal Fluminense

² UFF – Universidade Federal Fluminense

Abstract: The research aimed to test an alternative method of constructing investment portfolios. As for research purposes can be classified as about the methodological means ex post facto. The sample was collected on the BOVESPA. Selected information of assets traded on the market, which had 100% participation in trading sessions in 2015 and 246 with medium business/day number greater than or equal to 1000. The result of the stratification resulted in 115 assets selection. Were built three types of investment portfolios. After the construction of portfolios held a simulation resulting in a comparison which found that in 75% of the scenarios the portfolios formed from the coefficient of variation showed positive returns in respect of the other and that in 100% of the scenarios the portfolios returns were higher than the Ibovespa to the conditions that were in force in 2015.

Keywords: Diversification; coefficient of variation; stock portfolios; stock market.

1. Introdução

O tema sobre diversificação de carteiras de investimento tem sido objeto de estudo a décadas, em virtude da necessidade humana de encontrar um espaço que, a priori, produza a percepção de segurança e gere na pessoa, que procura alavancar sua riqueza, um sentimento motivador a por parte ou a totalidade de seus recursos em algum tipo de investimento. É sabido que não existe investimento sem risco. O risco afeta tanto as pessoas quanto as empresas. Um conceito relacionado é o da incerteza, que segundo Bodie & Merton (2002) existe sempre que não se sabe ao certo o que vai ocorrer no futuro. O risco é a incerteza que importa, pois afeta o bem-estar das pessoas.

Existem três métodos de transferência do risco que são: *hedging*, seguro e diversificação. Diversificar significa portar quantidades similares de ativos de múltiplo risco em vez de concentrar todos os investimentos em um só. Segundo Bodie & Merton (2002:267) “a diversificação, portanto, limita sua exposição ao risco de qualquer ativo individual.

A presente pesquisa objetivou encontrar um método alternativo aos tradicionais, que com uma base computacional comum, pudesse fornecer ao pequeno investidor um caminho para construção de uma carteira de investimento baseada em ações negociadas em bolsa de valores, que lhe permitisse escolher “os melhores ovos” que comporiam sua cesta, sem ficar detido ao que o mercado lhe impulsiona. Quanto aos fins a pesquisa pode ser classificada como metodológica e quanto aos meios *ex post facto*. A amostra foi coletada por meio do arquivo COTAHIST.2015.xlsx obtido no site da BOVESPA. A partir dos registros neste arquivo foram selecionadas informações dos ativos negociados no mercado a vista, que tiveram 100% de participação nos 246 pregões realizados em 2015 e que possuíam número médio negócios/dia maior ou igual a 1000. O resultado da estratificação resultou na seleção de 115 ativos, os quais foram estudados e utilizados na construção de três tipos de carteiras de investimentos: a primeira com inclusão aleatória de ativos na base da carteira; a segunda com a inclusão tão somente dos pares de ativos fortemente correlacionados negativamente e a terceira formada a partir da inclusão dos ativos com menor coeficiente de variação na base da carteira. Após a construção das carteiras realizou-se uma simulação com os dados da cotação de fechamento diário dos ativos no ano de 2015, resultando em uma comparação na qual se constatou que em 75% dos cenários as carteiras formadas a partir do coeficiente de variação apresentaram retornos positivos em relação as demais e que em 100% dos cenários os retornos destas carteiras foram superiores ao do IBOVESPA para as condições que vigoraram em 2015.

2. Revisão da literatura

Abordar o tema sobre o efeito da diversificação de carteira de investimento é tratar implicitamente de risco. O que se pretende ao agregar vários ativos e formar uma carteira é a redução dos riscos individuais dos ativos. Segundo Ehrhardt & Brigham (2012) o risco unitário de um ativo é o que um investidor fica exposto quando possuem em sua carteira um único ativo. É importante compreender o risco individual de um ativo para entender como ocorre o risco em carteira.

Campbel *et al* (2001) em sua pesquisa abordou de forma empírica o comportamento do mercado americano no período de julho de 1962 a 1997, em relação a volatilidade e correlação das ações negociadas na NYSE, AMEX e Nasdaq. Um de seus achados foi a observação do declínio da correlação entre os retornos dos ativos estudados. As correlações com base em cinco anos de dados mensais declinaram de 0,28 em 1960 para 0,08 em 1997, e as correlações com base em dados anuais declinou de 0,12 em 1960 para entre 0,02 e 0,04 na década de 1990.

Bergin & Pyun (2016) pesquisou o comportamento da covariância entre carteiras multinacionais, constatando-se o risco envolvido não depende tão somente das covariâncias individuais dos ativos, mas da covariância global, indicando que este tipo de diversificação é uma vantagem para redução de riscos individuais.

Alekneviciene *et al* (2012) em pesquisa realizada no mercado de ações Lituano, assevera que a pesquisa sobre a diversificação de carteiras de investimento tem ao longo do tempo despertado o interesse da comunidade acadêmica no sentido estudar o modelo que melhor reduz o risco sistêmico dos ativos. Os pesquisadores buscam o entendimento sobre a formação das carteiras *naive*, diferentemente ponderadas, internacionalização ou regionalização. Recentemente os pesquisadores tem desviado o foco das pesquisas da estratégia do risco-retorno e concentrado os estudos na estratégia da mínima vitalidade. Segundo o autor o resultado das pesquisas tem encontrado similaridade.

Tang (2004) em seu estudo afirma que a diversificação de uma carteira de *naive* é uma maneira simples, mas poderosa para reduzir eficazmente o risco da carteira, sem sacrificar a taxa de retorno esperada. Os seus resultados de investigação mostraram que, para uma população infinita de ativos, um tamanho de carteira que comporte 20 ativos seria suficiente para eliminar 95% do risco não sistêmico.

A estimativa do efeito de diversificação de carteiras de ações construída de forma diferentemente ponderadas continua a ser um problema. Woerheide & Persson (1993) criticaram estudos anteriores pela razão de que o montante dos ativos reflete o grau de diversificação da carteira somente quando os pesos ativos são iguais. Eles tentaram encontrar o indicador que seria adequado para carteiras de ações de forma diferente ponderadas. Um deles é o índice *Herfindahl*.

Quando os mercados de ações são enormes, um dos problemas é selecionar as ações apropriadas para a carteira. Quando os mercados de ações são pequenas carteiras podem consistir de todas as suas ações. Em qualquer caso, há muitas combinações de carteiras. Por esta razão, é necessária uma metodologia de seleção de ativos em carteiras. Ele deve permitir medir o efeito de diversificação tanto das carteiras de *naive* e carteiras de ações de forma diferentemente ponderadas.

Statman (1987) mostrou que "uma carteira bem diversificada de ações escolhidas aleatoriamente deve incluir pelo menos 30 ações. Isto contradiz a noção amplamente aceita de que os benefícios da diversificação estão praticamente esgotados quando um portfólio contém cerca de 10 ações. Newbould & Poon (1993) pesquisou uma série de livros de investimento dos EUA e estudos acadêmicos, e descobriu que a visão consensual é que as carteiras compostas de 8 a 20 unidades populacionais são geralmente considerados bem diversificada. Enquanto Newbould & Poon não fornecem um número específico de ações que constituiria uma carteira bem diversificada, eles sugerem que o número seria muito maior do que 20. Sharpe et al., (1997) sugerem que 30 ações é o número "mágico".

A diversificação para redução do risco individual dos ativos está intimamente relacionada com o comportamento investidor em relação ao risco. Goetzmann & Kumar (2008) pesquisaram o mercado dos E.U.A, durante um período de seis anos entre 1991 e 1996, as carteiras de 60.000 investidores e chegou a conclusão de que as carteiras mais diversificadas estavam relacionadas com investidores mais experientes, com maiores idades e ricos e com um nível de investimento alto, e que a maioria dos pequenos investidores acompanham as oscilações do mercado, ou se dedicam a algum tipo de ativo ligada a alguma indústria específica, com isso suas carteiras são sub diversificadas.

Nieuwerburgh & Veldkamp (2010) pesquisaram a formação de carteiras a partir da obtenção de informações específicas sobre os ativos antes da formação de uma carteira de investimento, este método diferencia o método padrão de construção de carteiras. Na ótica dos autores, a suposição na maioria dos modelos de carteira que os investidores não podem adquirir informações antes de investir não é inócua. Quando o investidor pode escolher aprender sobre os retornos de ativos, a previsão mais básica da teoria da carteira, que os investidores devem diversificar, é derrubada. Em sua pesquisa Nieuwerburgh & Veldkamp (2010) mostram como resolver em conjunto para a aquisição de informações ideal e alocação de carteira. A mensagem principal percebida seria que, quando os investidores podem escolher quais informações para adquirir antes de investir, eles podem investir em carteiras que seriam sub-ótima para um investidor que não tenha tal conhecimento. Do ponto de vista da teoria da carteira padrão, essas carteiras podem ser consideradas anômala ou irracional.

Tu & Zhou (2011) basearam sua pesquisa na ideia de combinar estratégias de carteira, mais precisamente na combinação da regra 1 / N com as regras Markowitz. Como resultado,

forneceram novas estratégias de carteira baseadas em teorias que são as combinações da regra 1 / N com as estratégias baseadas na teoria sofisticada. Concluíram que as regras de combinação são substancialmente melhor do que os seus homólogos, em geral, mesmo quando o tamanho da amostra é pequeno. No geral, o estudo de TU e ZHOU (2011) reafirmam a utilidade da teoria de investimento e mostra que a combinação de regras de carteira pode potencialmente adicionar um valor significativo na gestão de carteiras em relação aos erros de estimativa.

3. Metodologia

Na presente pesquisa foi empregada uma metodologia própria, em virtude de ter observado que em cada um dos trabalhos pesquisados havia inúmeras divergências de métodos, e que para atingir o objetivo proposto deveria construir um caminho que conduzisse a um conjunto de resultados esperados. Desta forma, foram adotados os seguintes passos:

- a) Definiu-se que o período de pesquisa, que corresponde a uma instância do problema, que vai permitir inferir para o restante do conjunto de dados, no caso em questão corresponderá ao exercício de 2015;
- b) A amostra foi retirada no conjunto de ações negociadas na BOVESPA, e coletada no site http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/servicos/market-data/historico/mercado-a-vista/series-historicas/, e que atendiam as seguintes restrições:
 - i. Que, em relação ao tipo de mercado, pertencessem ao mercado a vista, identificado no arquivo de nome COTAHIST.2015.TXT, pela coluna TPMERC, sob o código nº 010, conforme Tabela 1;

Tabela 1: Tipo de mercados da BOVESPA

Código	Tipo de Mercado
010	A Vista
012	Exercício de opções de compra
013	Exercício de opções de venda
017	Leilão
020	Fracionário
030	Termo
050	Futuro com retenção de ganho
060	Futuro com movimentação contínua
070	Opções de compra
080	Opções de venda

Fonte: Elaborada pelos Autores

- ii. Que o número médio de negócios/dia fossem igual ou maior a 1000;
- iii. Que os ativos tivessem participação em 100% dos pregões realizados em 2015;

Após a aplicação destes filtros ao arquivo COTAHIST.2015.xlsx, oriundo da conversão do arquivo COTAHIST.2015.TXT para o Excel, resultou em um total de 115 ativos que atendiam as restrições i, ii e iii. Inicialmente foram ordenados pelo número médio de negócios/dia “NUNNEG”, conforme apresentado na Tabela 2.

Tabela 2: Ativos selecionados para amostra

ATIVO	NEG	σ	CV	ATIVO	NEG	σ	CV	ATIVO	NEG	σ	CV	ATIVO	NEG	σ	CV	
			0,30		4663	1766	0,37		254	0,43			856	473	0,55	
ALSC3	1414	427	2	PETR4	9	0	9	ECOR3	5810	4	8	ESTC3	1	5	3	
	3404	1049	0,30				0,37		135	0,43			461	255	0,55	
VALE5	1	4	8	IGTA3	2643	1001	9	BEEF3	3089	7	9	EVEN3	2	9	5	
	2259		0,31				0,38		238	0,44			191	107	0,56	
ABEV3	9	7107	4	BRLM3	9381	3603	4	EQTL3	5407	5	1	MGLU3	2	5	2	
			0,31				0,38		167	0,44			548	308	0,56	
UGPA3	6643	2097	6	CSAN3	5572	2163	8	GOLL4	3794	8	2	WEGE3	1	4	3	
	1569		0,32		2611	1016	0,38		381	0,44			129		0,56	
GGBR4	5	5023	0	PETR3	1	5	9	VIVT4	8630	9	2	ALPA4	7	736	7	
			0,32		1956		0,38				0,44		155		0,58	
LAME4	7089	2269	0	JBSS3	3	7617	9	GRND3	1347	596	3	MILS3	7	907	3	
	1414		0,32				0,38		181	0,44			499	293	0,58	
CIEL3	7	4624	7	CTIP3	7069	2753	9	SMLE3	4091	6	4	ELET3	4	2	7	
			0,32		1618		0,39		399	0,44			662	398	0,60	
TBLE3	4133	1358	9	VALE3	2	6338	2	USIM5	8918	3	8	OIBR4	1	0	1	
	1779		0,32				0,39		218	0,46			214	134	0,62	
BBAS3	7	5863	9	EMBR3	7275	2852	2	BRSR6	4739	0	0	SEER3	5	9	9	
			0,33		2447		0,39		145	0,46		DAGB3	124		0,64	
ENBR3	7217	2383	0	BBDC4	7	9654	4	TAAE11	3127	3	5	3	5	799	2	
			0,33				0,39				0,47		376	242	0,64	
CPLE6	3609	1203	3	CSNA3	8852	3501	6	BTOW3	1692	799	3	HGTX3	5	8	5	
			0,33		2095		0,39		292	0,48		VVAR1	256	165	0,64	
QUAL3	8548	2871	6	BVMF3	1	8361	9	BBDC3	6083	6	1	1	1	9	8	
			0,33				0,40		218	0,48			568	376	0,66	
PSSA3	3086	1043	8	HYPE3	9326	3728	0	GFS3	4484	6	8	LREN3	7	6	2	
			0,33		SULA1		0,40				0,49		155	104	0,67	
CPFE3	5998	2036	9	1	3923	1572	1	TRPL4	1909	942	4	HBOR3	1	4	3	
	3166	1075	0,34		2982	1202	0,40		214	0,49			114		0,72	
ITUB4	0	0	0	ITSA4	7	6	3	ELET6	4326	6	6	BBR3	4	831	7	
	1534		0,34				0,40		106	0,49		BOVA1	913	722	0,79	
CCRO3	6	5256	2	LIGT3	3924	1587	4	MYPK3	2149	7	6	1	5	9	1	
			0,34				0,41		130	0,50			249	198	0,79	
SBSP3	5204	1788	3	LAME3	1732	711	0	ANIM3	2602	0	0	OIBR3	2	0	5	
KLBN1	1	6827	2412	3	VLID3	1922	790	1	MRF3	6374	7	2	RLOG3	2	1	5
			0,35		1035		0,41		377	0,50			151	123	0,81	
DTEX3	5075	1815	8	BRFS3	4	4255	1	BRAP4	7493	6	4	RSID3	0	4	8	
	1459		0,35				0,41		130	0,50			113		0,84	
BBSE3	4	5233	9	TIMP3	8990	3712	3	RAPT4	2588	6	5	PRML3	1	956	5	
			0,36				0,41		143	0,51			101		0,88	
PCAR4	6029	2174	1	BRKM5	8392	3475	4	ELPL4	2788	0	3	BRIN3	1	892	2	
			0,36				0,41		1142	587	0,51		208	215	1,03	
MULT3	4555	1646	1	TOTS3	3212	1340	7	CMIG4	9	0	4	BBTG11	3	4	4	
			0,36				0,41		298	0,52			115	145	1,25	
MRVE3	8078	2937	4	CVCB3	1238	517	8	POMO	4	5632	2	9	ARTR3	5	2	8
			0,36				0,42		154	0,53			301	490	1,62	
RENT3	4798	1751	5	GETI4	2877	1208	0	QGEP3	2910	6	1	PDGR3	4	9	9	
			0,36				0,42				0,53		101	174	1,71	
FIBR3	7511	2743	5	SMT03	1240	520	0	TCSA3	1729	922	3	BRCR11	8	1	0	
			0,36				0,42		SANB1	203	0,53					
ODPV3	4545	1669	7	MPLU3	2033	857	1	1	3788	5	7					
	1487		0,36				0,43			181	0,54					
SUZB5	4	5480	8	CSMG3	1192	516	3	BRPR3	3343	2	2					
			0,37				0,43			492	0,54					
EZTC3	2647	985	2	CYRE3	7034	3053	4	GOAU4	9013	7	7					

			0,37		2244		0,43			0,54	
NATU3	4803	1800	5	KROT3	0	9765	5	GETI3	1101	604	9
			0,37				0,43			0,55	
CESP6	4228	1589	6	RADL3	5938	2594	7	DIRR3	1640	905	2

Fonte: Elaborada pelos Autores

- c) Após a seleção dos ativos que atenderam aos critérios b1 e b2, construiu-se as seguintes carteiras:
- Uma carteira aleatória, construída a partir da inclusão de ativos dentro dos 115 selecionados, sem critérios específicos de aderência;
 - Uma carteira construída a partir de uma amostra com os coeficientes de correlação menor ou igual a -0,8 e maior ou igual a -1,0;
 - Uma carteira construída a partir dos ativos selecionados no item b) sendo que ordenados pelos coeficientes de variação de cada ativo.

Para as análises estatísticas foram utilizados o Excel e o software SPSS *statistics 22* da IBM. Sendo utilizado as seguintes variáveis e fórmulas:

Para se obter preço médio anual da cotação de fechamento de um ativo A, utilizou-se a seguinte expressão:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \quad (1)$$

Sendo, X_i o valor de cotação de fechamento de um ativo em um determinado pregão; \bar{X} o valor médio anual da cotação de fechamento do Ativo A; n o número de pregões realizados em um determinado ano. No presente experimento, $n=246$, correspondente ao número de pregões realizados na BOVESPA em 2015.

Para se obter o coeficiente de correlação de uma determinada carteira, utilizou-se a seguinte formulação:

$$\rho \text{ estimado} = R = \frac{\sum_{t=1}^n (X_{i,t} - \bar{X}_i)(X_{j,t} - \bar{X}_j)}{\sqrt{\{\sum_{t=1}^n (X_{i,t} - \bar{X}_i)^2\} \{\sum_{t=1}^n (X_{j,t} - \bar{X}_j)^2\}}} \quad (2)$$

A estimativa de correlação com base em uma amostra de dados históricos é denominada “R”. Esta fórmula é utilizada para estimar a correlação entre as ações i e j .

Para se obter o Coeficiente de Variação (CV) de uma ativo A, utilizou-se a seguinte formulação:

$$\text{Coeficiente de variação} = CV_A = \frac{\sigma}{\bar{X}_A} \quad (3)$$

Para obter o peso (W_i) de investimento de cada ativo, utilizou-se a seguinte fórmula:

$$W_A = \frac{\sigma_B(\sigma_B - \rho_{AB}\sigma_A)}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B} \quad (4)$$

Variáveis:

W_A = percentual do investimento a ser feito no ativo A;

σ_A = desvio padrão do ativo A;

σ_B = desvio padrão do ativo B;

σ_A^2 = variância do ativo A;

σ_B^2 = variância do ativo B

ρ_{AB} = Coeficiente de correlação entre os ativos A e B.

3.1 Construção da Carteira de forma aleatória

Construiu-se a carteira com inclusão aleatória de ativos, sem levar em consideração desvio padrão, coeficiente de correlação, coeficiente de variação, ou o nível de negociação na bolsa de valores. Este experimento será comparado na simulação com as outras carteiras construídas com base em critério objetivos. Os ativos desta carteira foram os 115 ativos selecionados na primeira amostra e que estão ilustrados na Tabela 2.

Após os resultados obtidos utilizando-se as formulações de 1 a 3, obteve-se os preços médios da cotação de fechamento das carteiras no período n, os desvios padrões e os coeficientes de variação (CV), igual procedimento foi utilizado para o cálculo das mesmas variáveis dos ativos separadamente. As Figuras 1 e 2 representam graficamente a variação dos desvios padrões e dos coeficientes de variação da carteira com um único ativo até a carteira com 115 ativos. O que pode observar é que a distribuição não ocorre de forma decrescente como afirma os especialistas na literatura. Em relação ao desvio padrão a C2 apresenta $\rho=0,7835$, o menor entre as 115 carteiras. A C8 apresenta $\rho = 2,3866$, o pico mais elevado do experimento. Já a C115 apresenta um $\rho = 1,3148$. Como pode-se inferir que investir na C2 possui um risco menor do que a C115. O que contraria a literatura consagrada. No que se refere ao coeficiente de variação pode-se observar que da mesma forma que o desvio padrão sua distribuição ocorre de forma irregular. A C49 possui o $CV=0,03397$, sendo o menor dentre as 115 carteiras construídas de forma aleatória. A C8 obteve o maior coeficiente, com $CV=2,3866$, a C115 com um $CV=1,3148$. Contudo, nas Figuras 3 e 4 foram comparados os desvios padrões e os coeficientes de variação das carteiras com os ativos isoladamente, e pode-se afirmar que mesmo a distribuição irregular, as carteiras apresentam risco menor que os ativos isoladamente. A aglutinação dos ativos em carteira reduz o risco individual dos ativos.

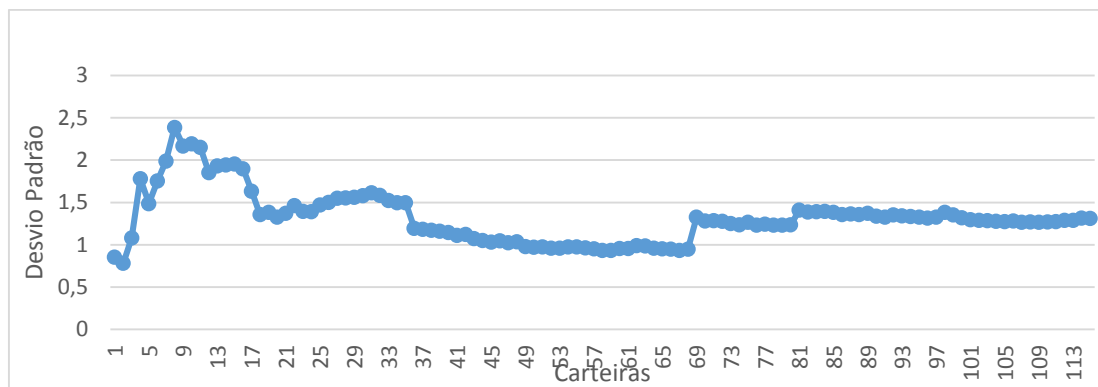


Figura 1: Evolução dos desvios padrões nas carteiras aleatórias.
 Fonte: Elaborada pelos Autores

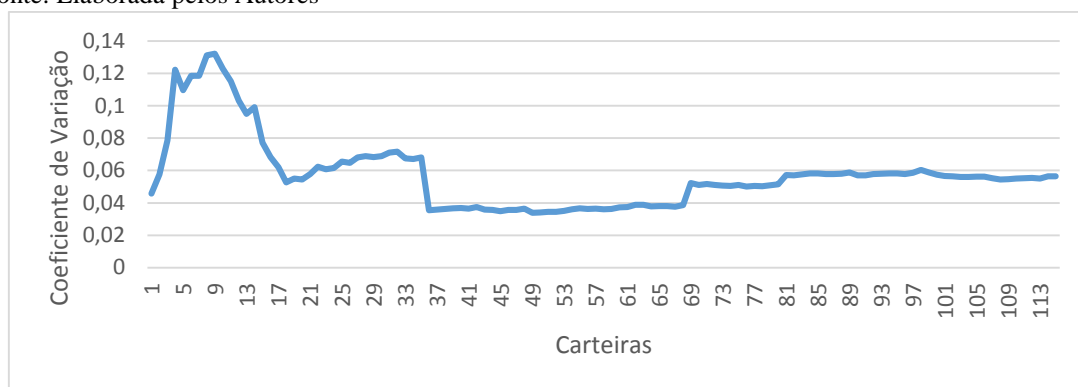


Figura 2: Evolução dos coeficientes de variação das carteiras aleatórias.
 Fonte: Elaborada pelos Autores

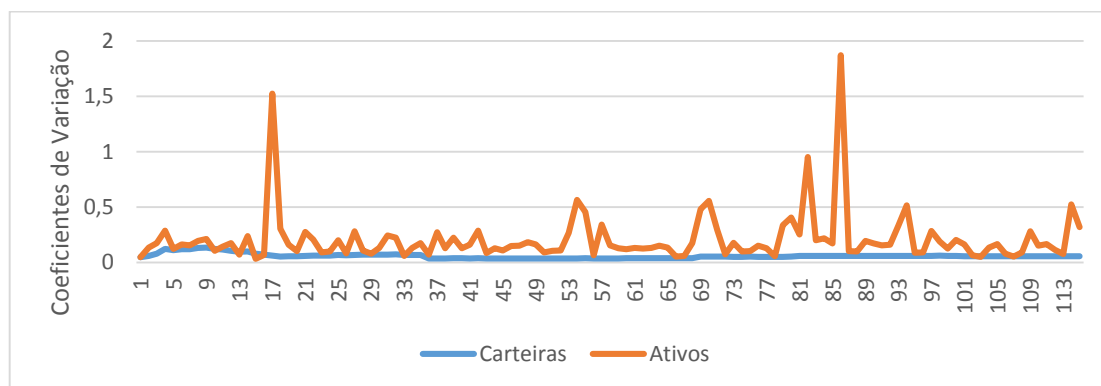


Figura 3: Comparação entre os coeficientes de variação da carteira aleatória e os ativos que a compõe.
 Fonte: Elaborada pelos Autores

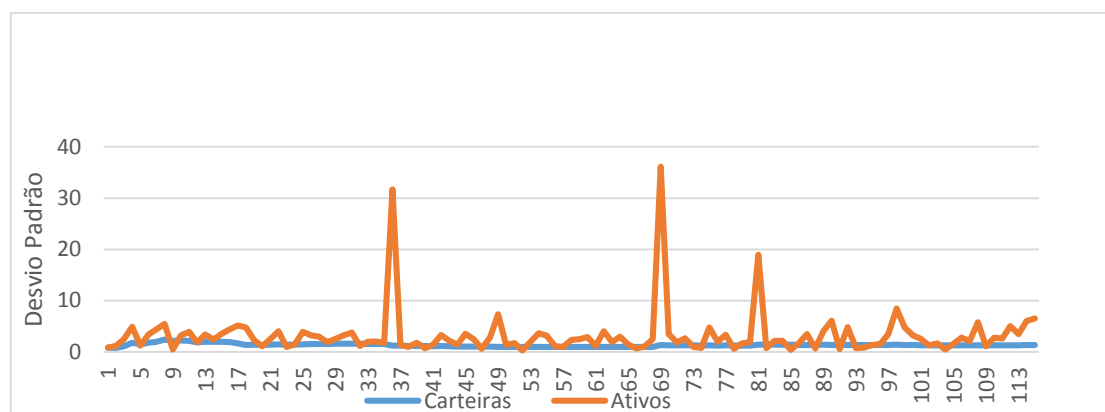


Figura 4: Comparação entre os desvios padrões da carteira aleatória e os ativos que a compõe
Fonte: Elaborada pelos Autores

3.2 Construção de Carteira ordenada por coeficiente de correlação

A amostra inicial selecionada dentro de todos os ativos negociados na BOVESPA em 2015, que atenderam as premissas postas na metodologia, resultou na seleção de 115 ativos. Para construir a carteira a partir da ordenação pelos pares com os coeficientes de correlação próximos de -1, resultou em nova seleção dentro do conjunto de 115 ativos selecionados. A variável utilizada para o teste de correlação foi a cotação de fechamento do ativo em cada pregão realizado em 2015. Inicialmente, foi estabelecido um limite inferior de corte de -0,6. Aplicou-se o *SPSS statistics* 22, e foram produzidos 13.225 pares de ativos correlacionados. A partir do limite inferior foi selecionado 561 pares com coeficientes de correlação $\leq -0,6$. Após análise preliminar, redimensionou-se o limite inferior para o patamar de $-0,85$, resultando em uma amostra com 88 pares, com 43 ativos distintos, que compõem a Tabela 3.

Tabela 3: Ativos com coeficiente de correlação $< -0,85$

N	ATIVO (A)	ATIVO (B)	R	N	ATIVO (A)	ATIVO (B)	R
1	KLBN11	GOLL4	-0,953	45	WEGE3	ENBR3	-0,878
2	GOLL4	FIBR3	-0,941	46	SULA11	BBRK3	-0,877
3	SUZB5	GOLL4	-0,938	47	BRLM3	BEEF3	-0,875
4	KLBN11	ECOR3	-0,937	48	RAPT4	KLBN11	-0,875
5	SUZB5	ECOR3	-0,929	49	KLBN11	BRAP4	-0,874
6	RADL3	HBOR3	-0,925	50	VIVT4	BEEF3	-0,873
7	TIMP3	KLBN11	-0,921	51	HBOR3	EQTL3	-0,873
8	BEEF3	ALSC3	-0,919	52	SULA11	RLOG3	-0,873
9	SULA11	BRSR6	-0,918	53	TIMP3	SULA11	-0,873
10	VVAR11	SULA11	-0,914	54	VVAR11	BEEF3	-0,872
11	KLBN11	BRSR6	-0,913	55	SULA11	OIBR3	-0,872
12	SULA11	BRAP4	-0,908	56	GGBR4	BEEF3	-0,871
13	SUZB5	BBDC4	-0,907	57	RADL3	ECOR3	-0,871
14	SULA11	OIBR4	-0,907	58	MRFG3	DTEX3	-0,87

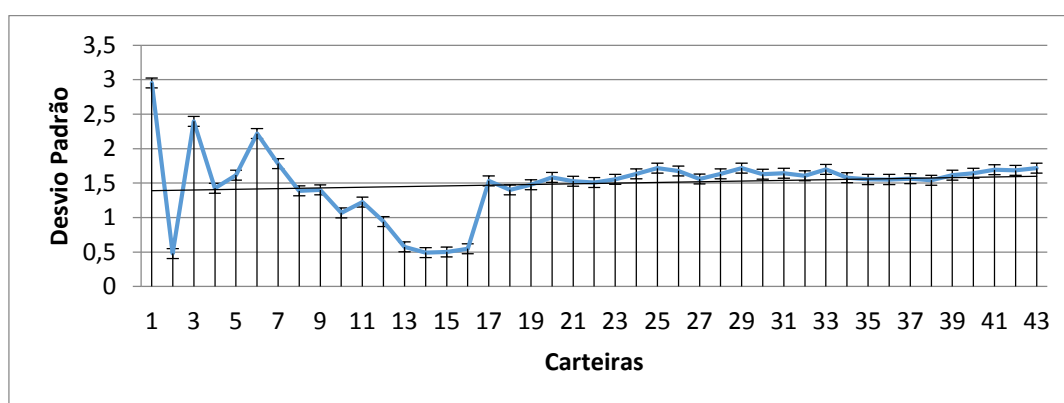
	15	PCAR4	BEEF3	-0,905	59	VVAR11	MRFG3	-0,87	
	16	KLBN11	BBDC4	-0,904	60	RENT3	BEEF3	-0,869	
	17	FIBR3	BRSR6	-0,904	61	WEGE3	EQTL3	-0,869	
	18	MRFG3	CMIG4	-0,904	62	VVAR11	KLBN11	-0,868	
	19	QUAL3	FIBR3	-0,903	63	SUZB5	RAPT4	-0,868	
	20	MRFG3	ALSC3	-0,899	64	EZTC3	BEEF3	-0,866	
	21	BEEF3	BBRK3	-0,899	65	SUZB5	CESP6	-0,866	
	22	SUZB5	BRSR6	-0,899	66	KLBN11	BBDC3	-0,864	
	23	FIBR3	BBDC4	-0,897	67	TIMP3	FIBR3	-0,864	
	24	ITSA4	BEEF3	-0,897	68	RADL3	GOAU4	-0,862	
Elaborada	25	MRFG3	IGTA3	-0,896	69	MRFG3	ITUB4	-0,861	Fonte: pelos Autores.
	26	GOAU4	BEEF3	-0,895	70	CCRO3	BEEF3	-0,86	
	27	SUZB5	BBDC3	-0,893	71	RADL3	BBDC3	-0,859	
	28	SULA11	QUAL3	-0,892	72	MRFG3	BBRK3	-0,859	
	29	SUZB5	QUAL3	-0,892	73	CESP6	BEEF3	-0,859	
	30	TIMP3	SUZB5	-0,892	74	VVAR11	FIBR3	-0,859	
	31	SULA11	BBDC4	-0,891	75	KLBN11	GOAU4	-0,859	
	32	SULA11	PCAR4	-0,891	76	SUZB5	RSID3	-0,859	
	33	FIBR3	ECOR3	-0,89	77	VIVT4	SUZB5	-0,859	
	34	QUAL3	KLBN11	-0,889	78	BEEF3	BBDC4	-0,857	
	35	RSID3	RADL3	-0,888	79	VIVT4	KLBN11	-0,857	
	36	MYPK3	ALSC3	-0,887	80	MYPK3	BBRK3	-0,856	
	37	SULA11	GOAU4	-0,887	81	RENT3	MRFG3	-0,855	
	38	SULA11	ECOR3	-0,885	82	ENBR3	ECOR3	-0,853	
	39	SULA11	GOLL4	-0,885	83	MULT3	BEEF3	-0,852	
	40	SUZB5	HBOR3	-0,881	84	QUAL3	BEEF3	-0,852	
	41	PCAR4	MRFG3	-0,88	85	HBOR3	BEEF3	-0,85	
	42	BRSR6	BEEF3	-0,878	86	EQTL3	ECOR3	-0,85	
	43	RSID3	BEEF3	-0,878	87	RAPT4	FIBR3	-0,85	
	44	SULA11	CESP6	-0,878	88	MRFG3	ITSA4	-0,85	

Após a seleção da amostra de pares correlacionados iniciou-se a construção da carteira, com adição dos ativos selecionados de forma ordenada considerando os pares mais fortemente correlacionados negativamente. O primeiro ativo a ser incluso foi o KLBN11, com um valor de cotação média de fechamento anual de R\$ 19,50, com um desvio padrão de 2,9535 e coeficiente de variação de 0,1514. A Tabela 4, apresenta o resultado da inclusão de cada até o limite de 43. As Figuras 3 e 4 ilustram o comportamento evolutivo do desvio padrão e o coeficiente de variação de cada carteira. O que se pode inferir que ambas variáveis apresentam comportamento similar, contudo a redução tanto do desvio padrão quanto do CV não ocorre de forma uniforme com o acréscimo de ativos a carteira.

Tabela 4: Construção da carteira ordenada por coeficiente de correlação >-1 e $<-0,85$

N	ATIVOS	\bar{X}	R	CV	N	ATIVOS	\bar{X}	R	CV
1	KLBN11	19,50	2,953568	0,151459	23	22 +IGTA3	17,13	1,556636	0,090874
2	1 + GOLL4	13,21	0,479016	0,036252	24	23 +GOAU4	16,69	1,634243	0,097936
3	2 + FIBR3	23,83	2,396334	0,10054	25	24 +BBDC3	17,16	1,715328	0,099955
4	3 + ECOR3	19,83	1,426637	0,071959	26	25 +RSID3	16,56	1,677501	0,101287
5	4 +SUZB5	18,99	1,615322	0,085047	27	26 +MYPK3	16,43	1,557962	0,094826
6	5 +RADL3	21,79	2,216607	0,101742	28	27 +CESP6	16,54	1,632582	0,098716
7	6 +HBOR3	19,07	1,782702	0,093494	29	28 +WEGE3	16,68	1,718322	0,103044
8	7 +TIMP3	17,88	1,386361	0,077526	30	29 +ENBR3	16,49	1,628812	0,098796
9	8 +BEEF3	17,06	1,399905	0,082065	31	30 +BRLM3	16,41	1,641936	0,100049
10	9 +ALSC3	16,76	1,067522	0,06369	32	31 +RAPT4	16,00	1,604953	0,100281
11	10 +SULA11	16,69	1,226027	0,073477	33	32 +VIVT4	16,85	1,698647	0,100792
12	11 +BRSR6	16,07	0,93997	0,05851	34	33 +EQTL3	17,32	1,579277	0,091184
13	12 +VVAR11	15,72	0,573088	0,036467	35	34 +RLOG3	16,88	1,552408	0,091948
14	13 +BRAP4	15,32	0,492186	0,032126	36	35 +OIBR3	16,55	1,552348	0,093783
15	14 +BBDC4	16,17	0,502291	0,031064	37	36 +GGBR4	16,31	1,56261	0,095783
16	15 +OIBR4	15,45	0,54815	0,035486	38	37 +DTEX3	16,08	1,542632	0,095956
17	16 +PCAR4	18,96	1,531924	0,080805	39	38 +RENT3	16,44	1,617196	0,098377
18	17 +MRFG3	18,20	1,401763	0,077002	40	39 +EZTC3	16,42	1,641486	0,099982
19	18 +CMIG4	17,80	1,474201	0,08282	41	40 +ITUB4	16,79	1,692992	0,100806
20	19 +QUAL3	17,94	1,582974	0,088219	42	41 +CCRO3	16,74	1,683076	0,100519
21	20 +BBRK3	17,19	1,527965	0,088865	43	42 +BBAS3	16,84	1,715523	0,101859
22	21 +ITSA4	16,81	1,506291	0,089626					

Fonte: Elaborada pelos Autores

**Figura 5:** Evolução dos desvios padrões das carteiras formadas pelo coeficiente de correlação

Fonte: Elaborada pelos Autores

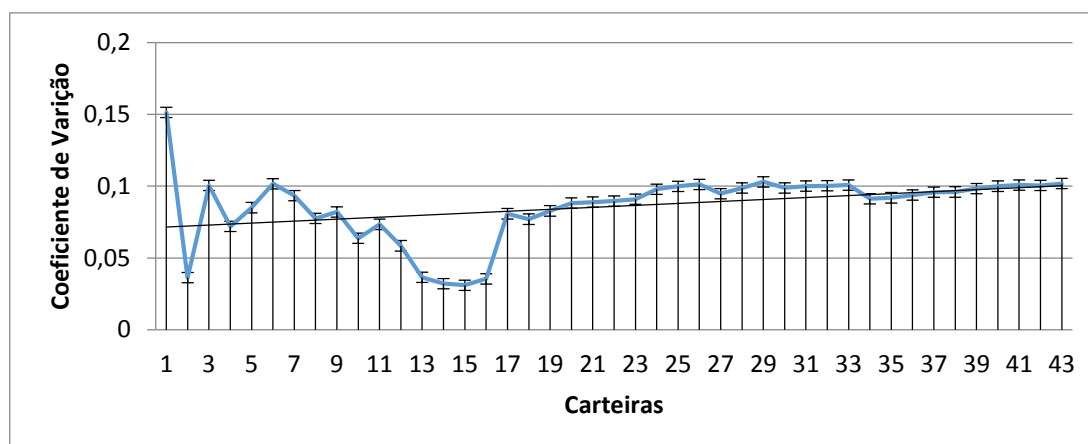


Figura 6: Evolução dos coeficientes de variação das carteiras formadas pelo coeficiente de correlação
Fonte: Elaborada pelos Autores

3.3 Construção de Carteira ordenada pelo coeficiente de variação

De Igual modo como foi construída a carteira ordenada pelo coeficiente de correlação, a estratégia de construção da carteira nesta seção será pelo coeficiente de variação – CV dos ativos negativamente correlacionados, selecionados dentro os 115 da primeira amostra. Para obter-se o Coeficiente de Variação de cada ativo utilizou-se a seguinte fórmula:

Após a aplicação das fórmulas 1 a 4, com a utilização do EXCEL, construiu-se 87 carteiras, com a inclusão dos ativos baseando-se no valor dos coeficientes de variação de cada ativo. A inclusão deu-se de forma crescente, do menor para o maior coeficiente. A Tabela 5 apresenta o resultado extraído a partir de cada carteira.

Tabela 5: Carteira ordenadas pelo coeficiente da variação - CV

N	ATIVOS	\bar{X}	R	CV	N	ATIVOS	\bar{X}	R	CV
1	DAGB33	449,61	31,71	0,07052	45	44+TIMP3	31,63	1,18	0,03734
2	1+ODPV3	230,03	15,84	0,06884	46	45+RADL3	31,72	1,20	0,03775
3	2+GRND3	159,00	10,80	0,06793	47	46+POMO4	31,09	1,17	0,03771
4	3 +BOVA11	131,34	8,00	0,06093	48	47+CYRE3	30,65	1,16	0,03787
5	4 + VLID3	114,12	6,85	0,06003	49	48+BEEF3	30,24	1,13	0,03753
6	5 + CPLE6	100,51	5,73	0,05705	50	49+ALSC3	29,92	1,12	0,03753
7	6 + CIEL3	91,94	4,92	0,05354	51	50+MRFG3	29,44	1,09	0,03718
8	7+EMBR3	83,57	4,35	0,05199	52	51+EZTC3	29,17	1,08	0,03711
9	8 + BVMF3	75,52	3,93	0,05205	53	52+SMLE3	29,47	1,13	0,03834
10	9 + UGPA3	74,38	4,03	0,05419	54	53+QUAL3	29,31	1,12	0,03831
11	10 + CCRO3	68,95	3,62	0,05246	55	54+BBDC4	29,29	1,12	0,03826
12	11 + MULT3	67,18	3,26	0,04850	56	55+CESP6	29,11	1,13	0,03871
13	12 + BBSE3	64,38	3,07	0,04772	57	56+SULA11	28,88	1,09	0,03785
14	13 + GETI4	60,94	2,86	0,04689	58	57+BTOW3	28,72	1,12	0,03892
15	14 + CPFE3	58,06	2,70	0,04649	59	58+BBRK3	28,27	1,10	0,03899

16	15 + GFSA3	54,58	2,54	0,04653	60	59+PETR4	27,96	1,11	0,03979
17	16 + EQTL3	53,30	2,54	0,04757	61	60+ECOR3	27,63	1,10	0,03984
18	17 + VIVT4	52,78	2,31	0,04383	62	61+BRAP4	27,35	1,10	0,04014
19	18 + IGTA3	51,28	2,22	0,04329	63	62+CSMG3	27,16	1,09	0,04026
20	19 + ITUB4	50,31	2,13	0,04235	64	63+PCAR4	27,91	1,28	0,04575
21	20 + SMTO3	49,72	2,06	0,04137	65	64+GGBR4	27,60	1,28	0,04632
22	21 + ENBR3	47,96	2,00	0,04173	66	65+DIRR3	27,26	1,27	0,04661
23	22 + DTEX3	46,20	1,92	0,04167	67	66+BRSR6	26,99	1,27	0,04722
24	23 + NATU3	45,36	1,83	0,04033	68	67+USIM5	26,65	1,27	0,04766
25	24 + ITSA4	43,89	1,76	0,04018	69	68+CMIG4	26,42	1,29	0,04880
26	25 + JBSS3	42,76	1,75	0,04097	70	69+SEER3	26,21	1,30	0,04946
27	26 + ALPA4	41,49	1,71	0,04126	71	70+ANIM3	26,08	1,32	0,05051
28	27 + KROT3	40,39	1,65	0,04077	72	71+ELPL4	25,88	1,32	0,05094
29	28 + TCSA3	39,11	1,60	0,04078	73	72+MILS3	25,61	1,32	0,05162
30	29 + BBTG11	38,71	1,59	0,04104	74	73+BRKM5	25,48	1,26	0,04955
31	30 + VALE3	38,06	1,55	0,04076	75	74+WEGE3	25,41	1,26	0,04945
32	31 + MYPK3	37,28	1,50	0,04020	76	75+RLOG3	25,10	1,25	0,04967
33	32+KLBN11	36,74	1,48	0,04035	77	76+OIBR3	24,84	1,25	0,05023
34	33+ EVEN3	35,78	1,43	0,04011	78	77+HBOR3	24,56	1,24	0,05041
35	34+HGTX3	35,19	1,36	0,03878	79	78+OIBR4	24,31	1,24	0,05108
36	35+BBDC3	35,00	1,31	0,03733	80	79+GOLL4	24,09	1,25	0,05179
37	36+RAPT4	34,15	1,27	0,03720	81	80+LREN3	24,72	1,58	0,06376
38	37+BRLM3	33,62	1,25	0,03731	82	81+RSID3	24,44	1,56	0,06396
39	38+RENT3	33,53	1,26	0,03756	83	82+VVAR11	24,28	1,60	0,06599
40	39+ELET6	32,91	1,23	0,03752	84	83+MGLU3	24,07	1,56	0,06489
41	40+BBAS3	32,62	1,25	0,03831	85	84+GOAU4	23,86	1,58	0,06604
42	41+SUZB5	32,21	1,23	0,03815	86	85+PDGR3	23,59	1,55	0,06584
43	42+FIBR3	32,51	1,23	0,03790	87	86+BRIN3	23,36	1,51	0,06456
44	43+VALE5	32,13	1,21	0,03770					

Fonte: Elaborada pelos Autores

Na figura 7 pode-se observar que a aglutinação dos ativos a partir do menor coeficiente de variação individual, proporciona uma redução regular dos desvios padrões das carteiras. Neste experimento pode-se observar que a C1 possuía o mais alto $\rho = 31,71$ e que a C87 possui um $\rho = 1,51$. Esta estratégia de combinação de ativos foi a que mais se aproximou da literatura. A Figura 9 ilustra a distribuição do coeficiente de variação. O que se pode observar é que a combinação dos ativos nesta estratégia, inicia-se com a C1 com um $CV=0,07052$ descarecendo até o C52 com $CV=0,03711$, e a partir deste ponto adotando um comportamento ascendente até o C87 que possui um $CV=0,06456$. Na Figura 8, conforme observado nas carteiras aleatórias, o

risco em carteira neste experimento continua sendo menor que o risco individual da maioria dos ativos que compõem a amostra. A Figura 10 ilustra que o coeficiente de variação dos ativos individuais é maior que os das carteiras. Desta forma, pode-se afirmar que a diversificação das carteiras conduz a uma redução do risco individual dos ativos.

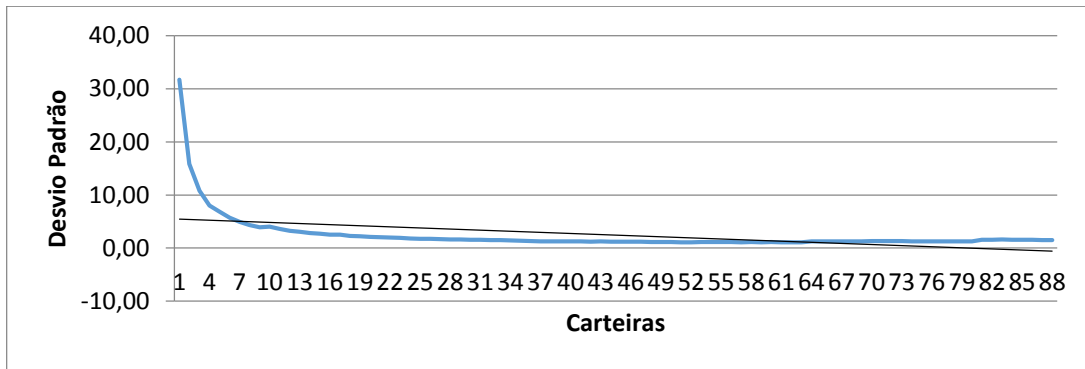


Figura 7: Evolução dos desvios padrão das carteiras formadas a partir dos CV
 Fonte: Elaborada pelos Autores

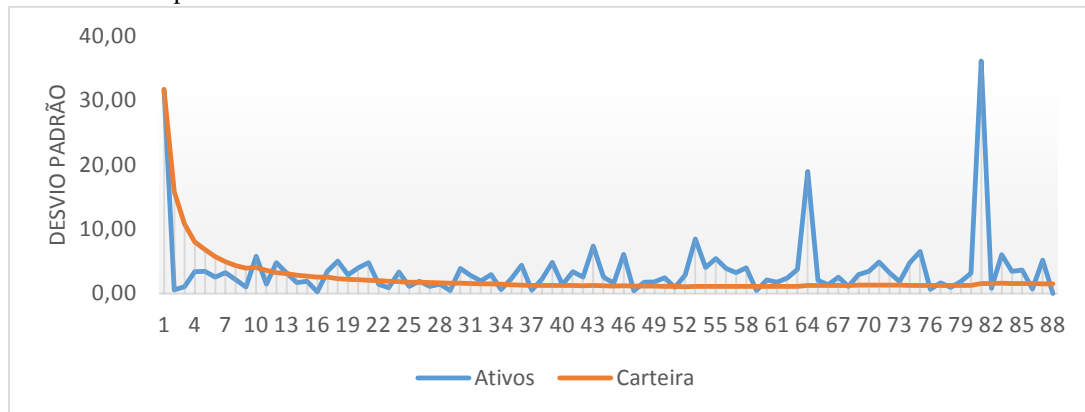


Figura 8: Comparação entre os desvios padrão dos ativos individuais e a carteira CV
 Fonte: Elaborada pelos Autores

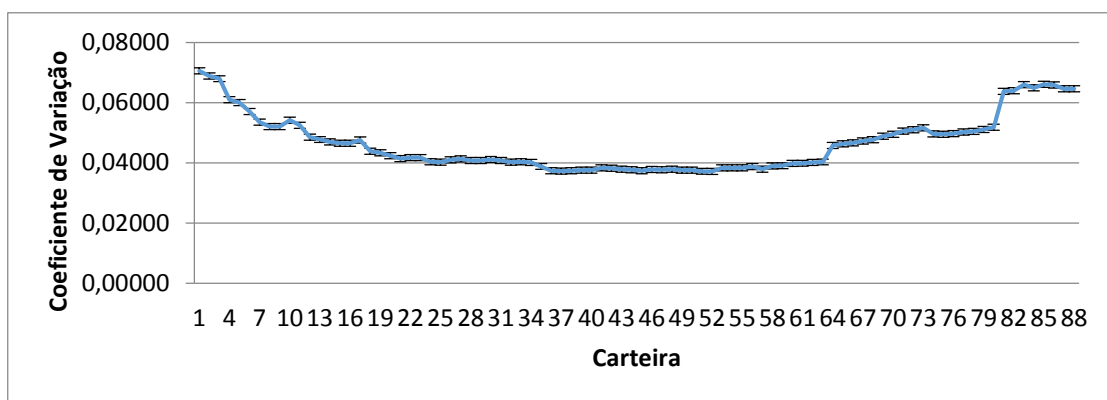


Figura 9: Evolução dos coeficientes de variação das carteiras formadas pelos CV
 Fonte: Elaborada pelos Autores

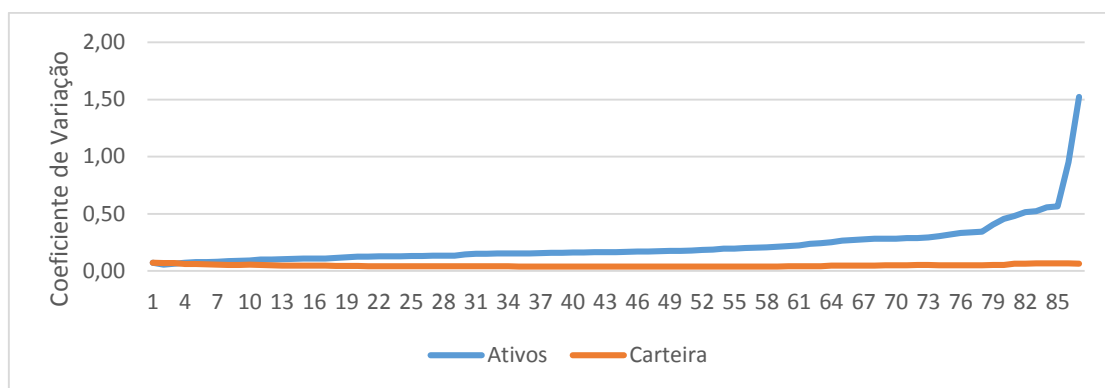


Figura 10: Comparação entre os coeficientes de variação dos ativos individuais e as carteiras CV
Fonte: Elaborada pelos Autores

3.4 Simulação e comparação dos rendimentos *expo facto* entre as carteiras

Para ilustrar o efeito da diversificação das carteiras no mercado de ações brasileiro, tendo como referência os pregões realizados na BOVESPA no ano de 2015. Realizou-se uma simulação com base nos valores das cotações de fechamento dos ativos relacionados no estudo, que está demonstrado na Tabela 6 e na Figura 11.

Exemplo:

“Um professor de biologia de uma Universidade Federal do estado de Minas Gerais, de sobrenome Ferreira, recebeu em 03 de dezembro de 2014 uma herança de seu tio avô, num montante de R\$ 5.000.000,00. E decidiu investir 1/5 da herança no mercado de ações. Após realizar várias consultas técnicas com especialistas do setor, decidiu via o *home Broker* do seu banco iniciar por conta própria sua carteira de investimento. Como ele deveria começar a formar sua carteira? Partindo da premissa que o investidor pretende adquirir os ativos selecionados no primeiro pregão de 2015 e somente pretende utilizar tais em recursos a partir de 2020. ”

Dados:

Investimento inicial = R\$ 1.000.000,00.

Carteira Aleatória =M; Carteira Correlação =P; Carteira CV =B

CN=Número de ativos da carteira ={C10, C20, C30, C40}

Após a simulação dos dados utilizando o EXCEL, foram geradas a Tabela 6 e a Figura 11. Com base em tais informações pode-se inferir que as carteiras do tipo M, em 100% dos cenários apresentaram retorno negativo, sendo a menor perda de investimento de (8,42%) e a maior de (34,06%); as carteiras do tipo P, em 75% dos cenários apresentaram perdas de investimento variando suas taxas entre (27,63%) a (28,65%), em apenas 25% dos cenários apresentou retorno positivo de 10,34%; as carteiras do tipo B, apresentaram em 75% dos cenários retorno positivo variando entre 0,60 a 9,85%, apresentando apenas em 25% dos cenários retorno negativo de (2,15%), sendo dentro dos cenários com retorno negativo o melhor índice. Em relação a estratégia de construção de carteiras, os dados apresentados permitem

afirmar, que a ordenação de entrada dos ativos, dentro de uma cesta de ativos selecionados, apresenta melhor resultado quando a inclusão é realizada em ordem crescente do coeficiente de variação – CV.

Tabela 6: Resultado da simulação de investimento com as carteiras tipo M, P e B

TIPO CARTEIRA	CN	INVESTIMENTO (02.01.2015)	VALOR DA CARTEIRA (31.12.2015)	RETORNO	OBS
M	C10		659.359	-34,06	100% de
	C20		821.331	-17,87	retorno
	C30		790.834	-20,92	negativo
	C40		915.781	-8,42	
P	C10		1.103.396	10,34	25% de
	C20		723.733	-27,63	retorno
	C30	1.000.000,00	701.276	-29,87	positivo
B	C40		713.500	-28,65	
	C10		1.098.511	9,85	75% de
	C20		1.026.857	2,69	retorno
	C30		1.006.015	0,60	positivo
	C40		978.452	-2,15	
	IBOVESPA		866.858	-13,31	
	DOLAR		1.475.998	47,49	

Fonte: Elaborada pelos Autores

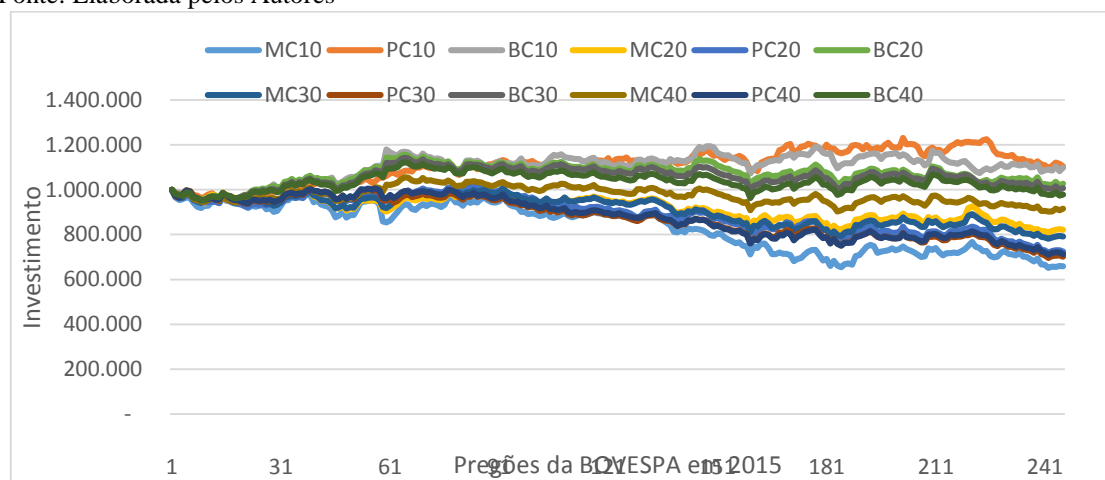


Figura 11: Resultado da simulação do investimento nos três tipos de carteiras

Fonte: Elaborada pelos Autores

4. Considerações

A diversificação de carteiras de investimento busca em seu âmago a redução de risco individual dos ativos. A busca pela redução do risco está intimamente relacionada ao perfil do investidor. Investidores são mais ou menos avessos ao risco. O estudo sistemático sobre a diversificação das carteiras de investimentos procura identificar e testar métodos de construção de carteiras que reduzam os riscos individuais dos ativos e produzam retornos esperados.

A presente pesquisa buscou testar uma metodologia própria a partir de premissas básicas e construir três tipos de carteiras: a primeira de agregação de ativos de forma aleatória, sem levar em consideração os coeficientes de correlação, desvios padrões individuais dos ativos e os coeficientes de variação. A princípio este tipo de carteira simula o comportamento de um investidor sem experiência e ou informações de mercado. O segundo tipo foi extraído da primeira amostra de 115 ativos um subconjunto com 43 ativos fortemente correlacionados negativamente. A terceira carteira foi construída utilizando-se o coeficiente de variação dos ativos individuais. A análise dos experimentos revelou que tanto as carteiras aleatórias como as construídas com base na correlação apresentaram uma distribuição dos desvios padrões assintomáticos, enquanto a carteira construída a partir do coeficiente de variação apresentou uma distribuição próxima a descrita na literatura, com redução sintomática dos desvios padrões à medida que novos ativos foram sendo inclusos. Um ponto comum entre as três carteiras é que os desvios padrões das carteiras são em sua maioria menores que os ativos individuais.

O estudo buscou simular os três tipos de carteiras com dados reais coletados nos 246 pregões da bolsa de valores de São Paulo – BOVESPA no ano de 2015. Utilizou-se o IBOVESPA e a taxa cambial do Dólar como investimento de controle para efeitos de comparação. Os resultados obtidos ilustrados na Tabela 6, revelam que as carteiras construídas aleatoriamente em 100% dos cenários testados apresentaram retornos negativos; as carteiras construídas com base nos coeficientes de correlação apresentaram 25% de retorno positivo, enquanto que com as carteiras formadas pelo critério do coeficiente de variação os resultados indicam que em 75% dos cenários os retornos obtidos foram positivos. Ao comparar os resultados das simulações das carteiras com o IBOVESPA e com o DOLAR, pode-se afirmar que para as condições de negócios da BOVESPA em 2015, os resultados dos três tipos de carteiras foram inferiores aos resultados simulados com a aquisição do DOLAR. Todavia, comparando os resultados das carteiras com o IBOVESPA, em 25% dos cenários tanto as carteiras aleatórias quanto as formadas pelos coeficientes de correlação foram superiores ao IBOVESPA, enquanto que as carteiras construídas a partir dos coeficientes de variação superaram o IBOVESPA em 100% dos cenários simulados.

5. Referência bibliográfica

- ALEKNEVICIENE, V., ALEKNEVICIUTE, E., & RINKEVICIENE, R. 2012. *Portfolio size and diversification effect in lithuanian stock exchange Market. Inzinerine Ekonomika-Engineering Economics*, 23(4), 338-347.
- BERGIN, P. R., & PYUN, J. H. 2016. *International portfolio diversification and Multilateral effects of correlations. Journal of International Money and Finance* 62, 52–71.
- BODIE, Z., & MERTON, R. C. 2000. *Finance. Prentice-Hall, Inc.,*
- BRUNER, R. F., LI, W., KRITZMAN, M., MYRGREN, S., & PAGE, S., 2008. *Market integration in developed and emerging markets: evidence from the CAPM. Emerging Markets Review* 9, 89–103.

- CAMPBELL, J. Y., LETTAU, M., MALKIEL, B. G., & XU, Y. 2001. *Have individual stocks become more volatile? An empirical exploration of idiosyncratic risk. The Journal of Finance*, Vol. 56, No. 1. (Feb), pp. 1-43.
- EHRHARDT, M. C., & BRIGHAM, E. F. 2012. *Administração financeira: teoria e prática*. São Paulo: Cengage Learning.
- FAMA, E. F., & FRENCH, K. R. 1993. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *North-Holland: Journal of Financial Economics* n° 33, pp. 3-56.
- GOETZMANN, W. N.; & KUMAR, A. 2008. Equity Portfolio Diversification. *Review of Finance*.12: 433–463.
- HYUNG, N., & VRIES, C. G. 2005. Portfolio diversification effects of downside risk. *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 3, No. 1, 107–125.
- NEWBOULD, G. D., & POON, P. S. 1993. The Minimum Number of Stocks Needed for Diversification. *Financial Practice and Education*, 3, 85-87.
- NIEUWERBURGH, S. V., & VELDKAMP, L. 2010. Information Acquisition and Under-Diversification. *Review of Economic Studies* 77, 779–805.
- SHARPE, W. F., ALEXANDER, G. J., BAILEY, J. V., & FOWLER, D. J. 1997. *Investments*. Second Canadian Edition, Scarborough, Ontario, Prentice Hall Canada Incorporated.
- STATMAN, M. 1987. How Many Stocks Make a Diversified Portfolio? *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22, 353-363.
- WOERHEIDE, W., & PERSSON, D. 1993. An Index of Portfolio Diversification. *Financial Services Review*, 2(2), 73-85.
- TANG, G. Y. N. 2004. How Efficient is Naive Portfolio Diversification? An Educational Note. *The International Journal of Management Science*, 32, 155-160.
- TU, J., & ZHOU, G. 2011. Markowitz meets Talmud: A combination of sophisticated and naive diversification strategies. *Journal of Financial Economics* 99 204–215.